18 Gibanje

Vodoravno drsenje – Prečkanje reke – Prosti pad – Zakoni padanja – Poševni met – Gibanje izstrelkov – Nihanje nihala – Kroženje nihala – Kroženje satelitov – Kroženje planetov

18.1 Vodoravno drsenje

Hitrost

Po gladko zaledenelem jezeru porinemo sani. Ko jih spustimo, drsijo naprej v ravni črti. Glede na to, kako močno smo jih potisnili, prepotujejo po ravnini v izbranem času manjšo ali večjo razdaljo, oziroma potrebujejo za prelet izbrane razdalje več ali manj časa. Rečemo, da imajo sani manjšo ali večjo *hitrost* v gibanja. Kvantitativno definiramo hitrost kot razmerje med prepotovano razdaljo s in za to potrebnim časom t:

$$v = \frac{s}{t}\,. \tag{18.1}$$

S tem je določena tudi njena enota, na primer m/s. Kakor smo hitrost definirali, tako jo tudi merimo: nekje ob poti označimo primeren dolžinski interval, recimo 5 m, in z uro štoparico izmerimo preletni čas preko njega; ali pa med drsenjem sprožimo štoparico za primeren časovni interval, recimo za 5 sekund, in označimo, kje vidimo sani na začetku in koncu tega intervala.

Kje na poti naj merimo in kako dolge dolžinske oziroma časovne intervale naj izberemo? Različni opazovalci, postavljeni vzdolž poti, izmerijo povsod enako hitrost. Rečemo, da se sani gibljejo *enakomerno*. Zato je vseeno, kje in kako merimo. Seveda mora biti ledena ploskev zelo gladka, sicer se hitrost sani vzdolž poti zmanjšuje.

Hitrost in pot

Obrnjena definicijska enačba za hitrost pove

$$s = vt\,. \tag{18.2}$$

Če torej poznamo hitrost sani, lahko izračunamo, kolikšno pot prepotujejo v določenem času. Pot je premosorazmerna s časom. Graf poti je premica, katere strmina je enaka hitrosti gibanja. Povedano ne velja le za sani na ledeni ploskvi, ampak za kakršnokoli telo, ki se giblje enakomerno, recimo za karavano kamel v puščavi ali za ladjo na morju. Ni potrebno, da je njuna pot ravna, ampak je lahko kriva. Človek hodi s hitrostjo 5 km/h in teče z največjo hitrostjo 10 m/s. Jadrnica na morju pa pluje tipično s hitrostjo 5 NM/h. Enoti NM/h rečemo tudi *vozel*, kt. Če bi lahko jadrnica plula okoli sveta po ekvatorju, bi s tako hitrostjo potrebovala pol leta. Zemlja navsezadnje le ni tako velika.

18.2 Prečkanje reke

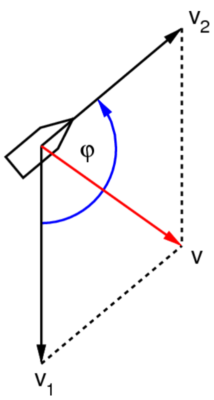
Vzdolžni premik

Čoln, ki ga s seboj nosi reka, prevozi v izbranem času t pot s_1 glede na breg. Hitrost čolna – in tudi reke – glede na breg je torej

$v_1 = s_1/t$. Če obenem še veslamo v smeri toka, v istem času prevozimo dodatno pot s_2 glede na reko, to je, glede na reko se gibljemo s hitrostjo $v_2 = s_2/t$. Skupna pot, ki jo čoln prevozi glede na breg, je $s = s_1 + s_2$, torej je hitrost čolna glede na breg enaka $v = v_1 + v_2$. Hitrosti se seštevata. Podobno je takrat, ko obrnemo čoln in veslamo proti reki; tedaj se hitrosti odštevata: $v = v_1 - v_2$. Odvisno od tega, katera hitrost je večja, se čoln giblje glede na breg navzgor ali navzdol. Če se dogovorimo, da bomo šteli hitrosti navzdol kot pozitivne in hitrosti navzgor kot negativne, pa lahko v obeh primerih rečemo, da hitrosti seštevamo, in zapišemo $v = v_1 + v_2$. Rezultat seštevanja dveh hitrosti bomo imenovali njuno rezultanto.

Prečni premik

Po reki se lahko peljemo tudi počez. Če veslamo pravokotno na reko, tok pa nas nosi navzdol, se dejansko gibljemo poševno navzdol. V času t opravimo vzdolžni premik s_1 in prečni premik s_2; po hipotenuznem izreku (8.4) se sestavita v rezultantni premik $s^2 = s_1{}^2 + s_2{}^2$. To pomeni, da se gibljemo z rezultantno hitrostjo $v^2 = v_1{}^2 + v_2{}^2$. Če hočemo, da se čoln giblje pravokotno na tok, moramo zato veslati poševno proti njemu pod pravšnjim kotom. Kadar je smer veslanja odmaknjena od smeri toka za poljuben kot φ, pa je rezultanta premikov in s tem tudi hitrosti podana s paralelogramskim pravilom (9.7), torej $v^2 = v_1{}^2 + v_2{}^2 + 2v_1v_2 \cos\varphi$. To pravilo pokriva vse predhodne posebne primere: veslanje vzdolž toka, proti njemu in pravokotno nanj.



Slika 18.1 Gibanje čolna po reki. Hitrost reke glede na dno v_1 in hitrost čolna glede na reko v_2 se sestavita v skupno hitrost čolna glede na dno v po paralelogramskem pravilu.

Vektorji

Premik in hitrost (premik na časovno enoto) sta torej količini, ki imata poleg velikosti še smer. Nazorno si ju predstavljamo kot puščici. Seštevamo ju po paralelogramskem pravilu. V tem sta podobna silam, ki smo jih že spoznali. Rekli bomo, da so vse to usmerjene količine oziroma *vektorji*. Količine, ki niso usmerjene, recimo čas, dolžino, ploščino in prostornino, pa bomo imenovali *skalarje*.

18.3 Prosti pad

Trenutna hitrost

Kamen, ki ga spustimo s stolpa, pada po navpičnici, vendar je očitno, da njegova hitrost ni enakomerna. Čim dalj časa namreč pada, tem hitrejši je, kar nam pove silovitost njegovega udarca ob tla. Graf poti v odvisnosti od časa torej ni premica, marveč neka – še neznana – krivulja $s(t)$, katere strmina narašča s časom. Kako definirati hitrost v tem primeru? Kakršnakoli že je krivulja, v vsaki njeni točki obstaja tangenta in strmina te tangente se kar sama ponuja za posplošeno definicijo hitrosti kot odvoda poti po času:

$$v = \frac{ds}{dt}\,. \tag{18.3}$$

Trenutni pospešek

Pri prostem padu hitrost torej stalno narašča. Rečemo, da je gibanje *pospešeno*. Koliko pa se spremeni hitrost v časovni enoti? Tudi to povemo z odvodom

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}\,, \tag{18.4}$$

ki ga poimenujemo *pospešek*. Ustrezna enota zanj je, na primer, m/s^2. Obe definiciji – za hitrost in za pospešek – smo sicer postavili na primeru prostega pada, vendar jih razširimo na vsakršno premo gibanje. Pri premem enakomernem drsenju, na primer, je hitrost konstantna in pospešek je enak nič. Pri drugačnem gibanju pa je hitrost lahko pozitivna ali negativna (odvisno od tega, v katero smer se telo giblje), pospešek pa prav tako (če telo pospešuje ali zavira).

Pospešek, hitrost in pot

Ko definicijo za hitrost obrnemo, pove $ds = v\,dt$. Če torej poznamo hitrost ob določenem času, lahko izračunamo spremembo poti, ki jo telo opravi v kratkem času. S seštevanjem (z integralom) teh prirastkov pa dobimo dolžino poti v odvisnosti od časa; seveda moramo za vsak trenutek potovanja poznati takratno hitrost:

$$s = \int v\,dt\,. \tag{18.5}$$

Podobno velja za pospešek. Če je poznan kot funkcija časa, je s tem določena tudi hitrost gibanja:

$$v = \int a\,dt\,. \tag{18.6}$$

18.4 Zakoni padanja

Težni pospešek

Predpostavimo, da je pri prostem padu pospešek izbranega kamna konstanten, to je, da je gibanje *enakomerno pospešeno* s *težnim pospeškom g*. Iz definicij pospeška in hitrosti potem z integriranjem in kombiniranjem sledi

$$\begin{aligned} v &= gt \\ s &= \frac{gt^2}{2} \\ v^2 &= 2gs\,. \end{aligned} \tag{18.7}$$

To so *zakoni padanja* (GALILEI). Hitrost naj bi torej naraščala sorazmerno s časom, globina padca pa sorazmerno s kvadratom časa.

Toda – ali se te enačbe res ujemajo s stvarnostjo? Lahko katero preizkusimo? Za preverbo s poskusom je najbolj primerna druga enačba: s stolpa z različnih višin mečemo kamen in z uro štoparico merimo čase do padca na tla. Padec z višine 5 m traja 1 sekundo, z višine 20 m traja 2 sekundi in z višine 45 m približno 3 sekunde. Tako ugotovimo, da zapisana povezava med višino in časom res velja; padanje je torej res enakomerno pospešeno. Meritev da celo težni pospešek, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, vendar je le malo natančna, morda na 10 %. Kaže, da je v okviru te merske natančnosti pospešek povsod po Zemlji enak.

Slika 18.2 Replika klanca za spuščanje kroglic, ki ga je uporabljal G. Galilei. Tako se upočasni prosti pad. Kroglice spotoma cingljajo na zvončke. Če so ti postavljeni na primernih razdaljah, je cingljanje po posluhu enakomerno. (Museo Galileo, Firence)

Vsa telesa padajo enako

Ali je padanje kaj odvisno od teže izbranega kamna? Poskus s težko svinčeno in lahko leseno kroglo kaže, da vsa telesa padajo enako, vštric, če ne moti zračni upor. Ko opazovalec skoči z mostu v vodo z žogo v roki in jo med padom spusti, se sicer oba – opazovalec in žoga – gibata enakomerno pospešeno glede na most, žoga pa glede na opazovalca miruje. To tudi pomeni, da v prosto padajoči kabini kamni ne padajo (glede na stene kabine), marveč mirujejo.

Da vsa telesa res padajo enako, podkrepi tudi naslednji premislek. Recimo, da težje telo pada z večjim pospeškom kot lažje. Če dve telesi zvežemo, bi moralo počasnejše telo zavirati gibanje hitrejšega in skupek bi padal z nekim vmesnim pospeškom. Po drugi strani pa je sestavljeno telo težje od vsakega posebej in bi zato moralo padati z večjim pospeškom kot vsako posebej. Oba zaključka si nasprotujeta, zato morata telesi padati enako.

18.5 Poševni met

Koordinate lege

Kamen vržemo poševno navzgor. Vrženi kamen ne potuje v ravni črti, ampak opiše neko krivuljo: najprej se dviguje in nato pada. Gibanje popolnoma opišemo, če za vsak trenutek navedemo, kje je kamen, to je, kakšni sta njegova vodoravna oddaljenost $x(t)$ in višina $z(t)$. Rečemo, da sta to njegovi *koordinati lege*.

Komponente hitrosti

Ko je kamen v izbrani točki krivulje, se za kratek čas $\mathrm{d}t$ giblje vzdolž lokalne tangente in pri tem naredi kratek premik $\mathrm{d}s$. Hkrati se spremenita njegovi koordinati za $\mathrm{d}x$ in $\mathrm{d}z$. Rečemo, da sta to *komponenti premika*. Definicijo hitrosti razširimo na vsako komponento posebej in dobimo

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \qquad (18.8)$$
$$v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$
$$v^2 = {v_x}^2 + {v_z}^2 \,.$$

Rečemo, da je hitrost opisana z dvema *komponentama hitrosti* vzdolž izbranih koordinatnih smeri. Komponenti sta lahko pozitivni ali negativni in enolično določata ne samo velikost, temveč tudi smer hitrosti.

Komponente pospeška

Podobno definiramo komponenti pospeška in z njima določimo velikost in smer pospeška:

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \qquad (18.9)$$
$$a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$$
$$a^2 = {a_x}^2 + {a_z}^2 \,.$$

Zapisane definicije omogočajo izračun hitrosti in pospeškov, če je poznana lega kot funkcija časa. Obratno pot – določitev hitrosti in lege iz pospeškov – pa opravimo z ustreznim integriranjem.

Vse definicije smo sicer postavili na primeru poševnega meta, vendar jih razširimo na vsakršno krivočrtno gibanje v ravnini. Z dodatkom še ena koordinatne osi, pravokotne na prvi dve, pa so definicije veljavne tudi za poljubno prostorsko gibanje. Izbrano trojico koordinatnih osi poimenujemo *koordinatni sistem*.

18.6 Gibanje izstrelkov

Sestavljena hitrost

Ko vržemo kamen z začetno hitrostjo v_0 pod dvižnim kotom θ, je njegovo gibanje sestavljeno iz gibanja vzdolž obeh koordinatnih osi, vodoravne in navpične. Komponenti začetne hitrosti vzdolž vsake izmed osi znašata $v_{x0} = v_0 \cos\theta$ in $v_{z0} = v_0 \sin\theta$. Izkušnja o sestavljanju gibanja pri prečkanju reke nas uči, da predpostavimo naslednje: vodoravno gibanje je enakomerno s hitrostjo v_{x0}, navpično pa je sestavljeno iz enakomernega gibanja navzgor s hitrostjo v_{z0} ter prostega pada navzdol. Tako zapišemo:

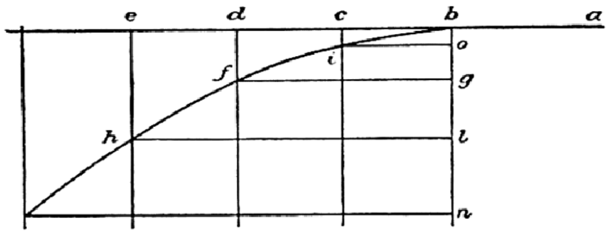
$$v_x = v_{x0} \qquad (18.10)$$
$$v_z = v_{z0} - gt$$

oziroma po integraciji

$$x = v_{x0}t \qquad (18.11)$$
$$z = v_{z0}t - \frac{gt^2}{2} \,.$$

Parabolični tir

Zadnji dve enačbi opisujeta tir gibanja v *parametrični obliki*, to je, vsako izmed koordinat določata posebej preko tretje spremenljivke, v tem primeru časa. Če hočemo videti, kakšen je tir, izrazimo iz prve enačbe čas in ga vstavimo v drugo enačbo, pa dobimo eksplicitno enačbo za $z(x)$. Pokaže se, da je to kvadratna enačba in tir je zato parabola.



Slika 18.3 Vodoravni met. Gibanje kamna v vodoravni smeri je enakomerno, v navpični smeri pa enakomerno pospešeno proti tlom. Tir je parabola. (Galilei, 1638)

Metna dolžina in višina

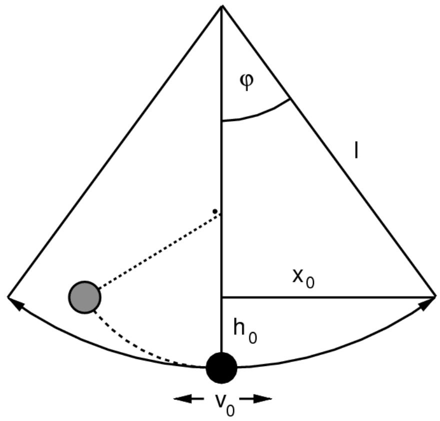
Kako daleč leti kamen? Postavimo $z(x) = 0$ in rešimo enačbo, pa dobimo metno dolžino x_{max}, odvisno od velikosti in smeri začetne hitrosti. — Pri katerem kotu je met najdaljši? Rešimo enačbo $\mathrm{d}x_{\mathrm{max}}/\mathrm{d}\theta = 0$ in dobimo 45°. — Kako visoko se dvigne kamen? Rešimo enačbo $\mathrm{d}z/\mathrm{d}x = 0$ in dobimo metno višino z_{max}, spet odvisno od začetne hitrosti in kota. — Kakšna je največja metna višina? Očitno tista, pri kateri je začetni kot enak 90° in tam, kjer je navpična hitrost enaka nič. Rešimo enačbo $0 = v_0 - gt$, pa dobimo vzponski čas; ta je enak času prostega padanja s te višine in s tem je višina že določena. — Tako računamo poti izstrelkov, od kamnov in puščic do topovskih krogel. Zanimivo je, da iz izmerjene metne dolžine in začetnega kota lahko izračunamo začetno hitrost izstrelka, ki je sicer težko merljiva. Puščica, ki iz začetnega kota 45° leti 100 m daleč, je morala biti izstreljena s hitrostjo 30 m/s.

Vse povedano velja le takrat, ko zračni upor ne moti prehudo, to je, ko je izstrelek težek in hitrosti niso prevelike. Upor zmanjšuje hitrost gibanja, zato so metne dolžine krajše, višine nižje in parabolični tir deformiran.

18.7 Nihanje nihala

Padanje po loku

Telesa ne padajo samo prosto, ampak tudi vzdolž različno oblikovanih klancev, ki vplivajo na njihovo gibanje. Tako, na primer, pada utež nihala, ki ga odmaknemo iz ravnovesne lege. Utež naj bo drobna in vrvica dolžine l zelo lahka. Utež pada po "klancu", ki ima obliko krožnega loka, z začetne višine h_0. Ta je povezana z začetnim vodoravnim odmikom, *amplitudo* x_0, kot pove hipotenuzni izrek: $l^2 = (l - h_0)^2 + x_0{}^2$. Ob upoštevanju $h_0 \ll l$ iz njega sledi $h_0 = x_0{}^2/2l$. Na dnu loka doseže utež največjo hitrost v_0, nakar se na drugi strani povzpne na začetno višino, se tam za hip ustavi in nato zaniha nazaj. Čas, ki ga porabi utež za nihaj tja in nazaj, poimenujemo nihajni čas t_0.



Slika 18.4 Točkasto nihalo. Uteži, ki "padejo" z iste višine po kakršnemkoli klancu, dosežejo v vznožju enake hitrosti.

Središčna hitrost

Če vrvico pri prehodu skozi ravnovesno lego zaustavimo z žebljem, se "skrajšano" nihalo kljub temu dvigne na začetno višino. Iz tega sklepamo, da je hitrost na dnu enako velika, ne glede na to, po kako oblikovanem klancu se giblje utež, če jo le spustimo vedno z enake višine. To velja tudi za navpični "klanec", po katerem telo prosto pada, torej $v_0{}^2 = 2gh_0$ oziroma $v_0 = x_0\sqrt{(g/l)}$.

Nihajni čas

Nihanje točkastega nihala je takšno, kot če bi nihalo enakomerno krožilo po vodoravnem krogu z radijem x_0 in bi ga gledali od strani vzdolž ravnine kroženja ali opazovali njegovo senco na steni. Obhodni čas je enak nihajnemu in enakomerna obhodna hitrost je enaka nihajni hitrosti skozi ravnovesno lego. Nihajni čas je torej enak $t_0 = 2\pi x_0/v_0$ oziroma (HUYGENS)

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,. \tag{18.12}$$

Zanimivo je, da nihajni čas ni odvisen od amplitude, vsaj dokler je ta dovolj majhna. Je pa seveda odvisen od težnega pospeška. Ta je določljiv preko nihajnega časa, ki ga zmoremo – preko mnogo nihajev – zelo natančno izmeriti. Nihalo je torej odličen merilnik težnega pospeška. Meritve pokažejo, da znaša težni pospešek povsod po Zemlji 9,8 m/s^2 z razlikami pod enim odstotkom. Ni nujno, da merimo ravno s točkastim nihalom; kakršnokoli nihalo je dobro, le predhodno ga moramo umeriti s točkastim nihalom in mu določiti "ekvivalentno" dolžino.

Opis nihanja

Vodoravni odmik nihala iz ravnovesne lege je odvisen od časa tako, kakor projekcija enakomerno krožeče uteži na premer kroga. Če začnemo šteti čas takrat, ko je nihalo v ravnovesni legi, velja

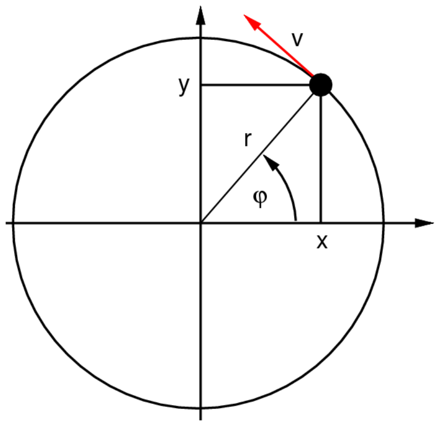
$$x = x_0 \sin \omega t \qquad (18.13)$$
$$\omega = \frac{2\pi}{t_0} = 2\pi\nu\,.$$

S tem je gibanje popolnoma opisano. Odmiki v eno stran so pozitivni in v drugo negativni. Zaradi krajšega in preglednejšega zapisa smo vpeljali dve pomožni količini. Količino ν poimenujemo *frekvenca* nihanja; enaka je številu nihajev na časovno enoto. *Krožna frekvenca* ω pa pove, kolikšen kot, merjen v radianih, opravi krožeče nihalo v časovni enoti. Z odvajanjem enačbe (18.13) dobimo hitrost v odvisnosti od časa in z nadaljnjim odvajanjem še pospešek. Pri tem ugotovimo, da znaša največja hitrost $v_0 = x_0\omega$, ko gre nihalo skozi ravnovesno lego, kar se ujema z že znanim. Največji pospešek pa je $a_0 = -x_0\omega^2$ in to v skrajni legi nihala. Pospešek je vedno obrnjen proti središču nihanja.

18.8 Kroženje nihala

Polarne koordinate

Podrobneje preučimo že omenjeno kroženje nihala! Njegova utež se giblje enakomerno po obodu vodoravnega kroga. V središče kroga postavimo koordinatni križ.



Slika 18.5 Vodoravno kroženje nihala. Lega uteži je določena z dvojico "kartezičnih" koordinat x in y, ali pa z dvojico "polarnih" koordinat r in φ.

Lega uteži ob izbranem času je popolnoma določena s projekcijama x in y na obe osi; to sta njeni koordinati. Lahko pa lego opišemo tudi drugače: z radijem r in s kotom φ, štetim od abscise proti ordinati. Rečemo, da sta to *polarni koordinati* za razliko od dosedanjih "navadnih", ki jih poimenujmo *kartezične koordinate*. Med obojimi velja povezava

$$x = r\cos\varphi \qquad (18.14)$$
$$y = r\sin\varphi\,.$$

Opis kroženja

Pri enakomernem kroženju narašča polarni kot sorazmerno s časom; pravzaprav je s tem pogojem enakomerno kroženje šele definirano:

$$\varphi = \omega t\,. \qquad (18.15)$$

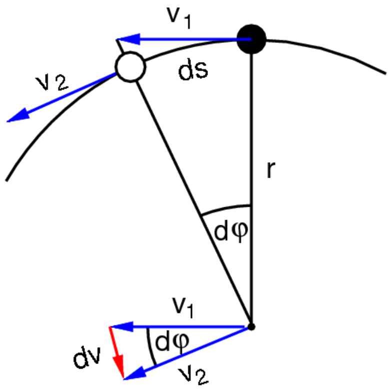
Sorazmernostni koeficient ω poimenujemo *kotna hitrost*; ta je identična z že poznano krožno frekvenco, saj $\varphi/t = 2\pi/t_0$. S časovno odvisnostjo polarnega kota sta določeni tudi časovni odvisnosti obeh kartezičnih koordinat. To sta obenem tudi parametrični enačbi kroga.

Hitrost in pospešek

S kotno hitrostjo in radijem je enolično določene tudi obodna hitrost $v = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t = r\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$, torej

$$v = \omega r\,. \qquad (18.16)$$

Ta hitrost je po velikosti stalna, po smeri pa se spreminja. Nova hitrostna puščica je določena s staro hitrostno puščico, na katero je nataknjen hitrostni prirastek v primerno kratkem času.



Slika 18.6 Pospešek pri enakomernem kroženju. Obodna hitrost je po velikosti sicer stalna, se pa nenehno spreminja po smeri. Spremembo določimo iz dveh bližnjih obodnih hitrosti, ki ju premaknemo v skupno prijemališče, najbolje kar v center kroženja. Slika kaže, da je sprememba hitrosti dv usmerjena proti središču, Z njo je določen tudi radialni pospešek.

Skica pokaže, da je ta prirastek – sprememba hitrosti v časovni enoti – usmerjen proti središču kroženja. Poimenujemo ga *radialni pospešek*. Njegova velikost znaša $a_\mathrm{r} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t = v\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t = v\omega$, torej (Huygens)

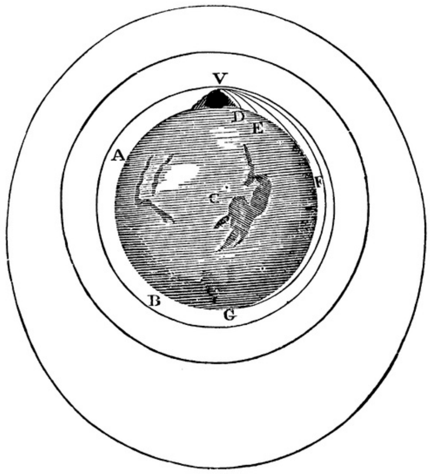
$$a_\mathrm{r} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}\,. \qquad (18.17)$$

To je toliko kot maksimalni pospešek pri nihanju, kakor tudi mora biti. Kroženje je torej tudi enakomerno pospešeno gibanje, prav kakor prosti pad, le da pospešek ni usmerjen vzdolž gibanja, marveč pravokotno nanj. Pravzaprav lahko celo rečemo, da krožeče telo nenehno pada proti središču kroženja.

18.9 Kroženje satelitov

Orbitalna hitrost

Krogla, ki jo s hriba izstreli top v vodoravni smeri, prej ali slej pade na tla. Hitrejša kot je, bolj daleč jo nese. Če bi bila dovolj hitra in če ne bi motil zračni upor, sploh ne bi več padla na tla, ampak bi obkrožila Zemljo. V tem primeru bi bil njen radialni pospešek enak težnemu: $v^2/R = g$. Takšna krogla bi morala imeti hitrost $v = \sqrt{(Rg)} = 7{,}9\,\mathrm{km/s}$ in bi Zemljo obkrožila v $t = 2\pi R/v = 1{,}4$ ure. Rečemo, da je to *orbitalna hitrost* krogle.



Slika 18.7 Kroženje hitrega izstrelka okrog Zemlje. Tudi Mesec je svojevrsten, oddaljen izstrelek. Obhodni časi takšnih Zemljinih "satelitov" so odvisni od njihovih krožilnih radijev. (Newton, 1729)

Breztežno stanje

Namesto krožeče krogle si lahko mislimo zaprto kabino. Kabina in vse, kar je v njej, je v nenehnem prostem padu proti Zemlji, prav kakor človek z žogo, ki pada z mosta v vodo. V kabini telesa ne bi padala glede na stene, ampak bi lebdela. To velja seveda tudi za morebitnega potnika. Knjiga, ki bi jo tak potnik držal v roki, ne bi imela nobene teže. In namesto kabine, krožeče vzdolž ekvatorja, si lahko mislimo kar enako hitro vrtečo se Zemljo: telesa na njenem ekvatorju bi nehala padati in bi postala breztežna.

Zakon orbitiranja

Tudi Mesec kroži okrog Zemlje. Njegov obhodni čas glede na zvezdno ozadje (siderični čas) je krajši od časa med dvema polnima menama (sinodskega časa) in znaša 27 dni. Krožeč izstrelek in Mesec sta oba *satelita*, ki obkrožata Zemljo. Izstrelek jo obkroži bližje in v krajšem času, Mesec pa bolj daleč in v daljšem času. Ali morda obstaja kakšna povezava med oddaljenostjo in obhodnim časom satelita? Preizkušanje številskih podatkov pokaže, presenetljivo,

$$\left(\frac{t}{t_0}\right)^2 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^3 . \tag{18.18}$$

To je *orbitalni zakon* (KEPLER). Količine z indeksom 0 se nanašajo na izstrelek, količine brez indeksa pa na Mesec. Ponuja se domneva, da velja ta zakon ne le za izstrelek in Mesec, ampak za poljubna dva satelita na poljubni oddaljenosti od Zemlje.

18.10 Kroženje planetov

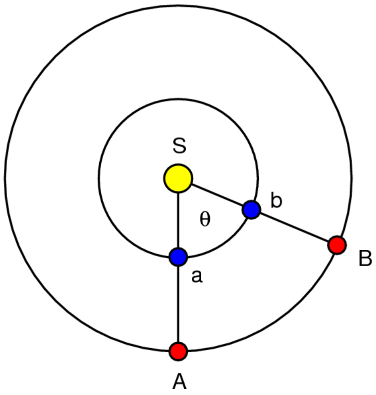
Planeti krožijo okoli Sonca. Pričakujemo, da tudi zanje velja isti zakon orbitiranja kot za Zemljine satelite. Da to preverimo, moramo izmeriti oddaljenost posameznih planetov od Sonca in njihove obhodne čase glede na zvezdno ozadje.

Oddaljenost planetov

Notranja planeta, recimo Venera, se na nebu ne oddaljujeta preveč od Sonca. Kadar je kot med Soncem in Venero največji, tvorijo Sonce, Venera in Zemlja pravokotni trikotnik s pravim kotom pri Veneri. Takrat je razmerje med Venerino in Zemljino oddaljenostjo od Sonca enako sinusu tega kota. Zlahka ga izmerimo in za Venerino oddaljenost izračunamo 0,72-kratnik Zemljine oddaljenosti. Slednjo poimenujemo *astronomska enota*, ua. Za Merkur dobimo 0,39 ua. Zunanji planeti se lahko na nebu od Sonca poljubno kotno oddaljijo. Njihove oddaljenosti zato ne moremo določiti na opisani način.

Obhodni čas planetov

Pri notranjem planetu merimo čas med dvema zaporednima največjima odklonoma od Sonca; to je njegov sinodski čas. Pri zunanjem planetu merimo čas med dvema kulminacijama opolnoči. Tedaj sta Sonce in planet na nasprotnih straneh Zemlje; rečemo, da sta v opoziciji. Tudi to je planetov sinodski čas. Sinodski čas je nasploh časovni interval do takrat, ko se planet vrne v isto lego glede na zveznico Zemlja-Sonce. Iz sinodskih časov moramo izračunati obhodne čase glede na zvezdno ozadje, to je, siderske čase.



Slika 18.8 Obhodni čas planetov okrog Sonca. Ko rdeči Mars opravi pot od A do B, opravi modra Zemlja pot od a okrog Sonca nazaj v a in nato še v b. Položaja SaA in SbB poimenujemo Marsovi opoziciji.

Zemlja ima sidersko periodo $t_1 = 1$ leto. Zemlja torej kroži glede na zvezdno ozadje s kotno hitrostjo $360°/t_1$. Zunanji planet, recimo Mars, ima (še neznano) sidersko periodo t_2 in se giblje s kotno hitrostjo $360°/t_2$. Marsova perioda je daljša od Zemeljske, zato je njegova kotna hitrost manjša. Naj bosta Zemlja in Mars v opoziciji. Ko naredi Zemlja cel krog in še kot θ zraven, spet ujame Mars v opozicijo; ta je medtem prepotoval samo kot θ. Čas, da Mars preleti kot θ (torej čas med dvema zaporednima opozicijama), je, po definiciji, njegov sinodski čas T_2. Zemlja preleti kot θ v času $T_2 - t_1$. Torej velja za Mars $\theta = (360°/t_2)T_2$ in za Zemljo $\theta = (360°/t_1)\,(T_2 - t_1)$. Enačbi izenačimo in dobimo za Mars, torej za zunanji planet, naslednjo povezavo med sinodskim T in siderskim t časom

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\,. \tag{18.19}$$

Za notranji planet pa samo zamenjamo t_1 in t_2 med seboj. Tako iz izmerjenih sinodskih časov izračunamo siderske čase vseh planetov: Merkur 0,24 let, Venera 0,62 let, Mars 1,9 let, Jupiter 11,9 let in Saturn 29,5 let.

Zakon orbitiranja

Oddaljenosti in obhodni časi za notranje planete, vključno z Zemljo, pokažejo, da se pokoravajo istemu zakonu za kroženje okrog Sonca, kot sateliti za kroženje okrog Zemlje. Zato predpostavimo, da velja zakon tudi za zunanje planete. To nam omogoči, da izračunamo njihove razdalje, ki znašajo za Mars 1,5 ua, za Jupiter 5,2 ua in za Saturn 9,5 ua.

Zakon orbitiranja lahko zapišemo v obliki $t^2/r^3 = {t_0}^2/{r_0}^3 = \mathrm{const}$ in izračunamo konstanto enkrat za vselej. Pokaže se, da je ta konstanta za kroženje okrog Sonca drugačna, kot za kroženje okrog Zemlje. Očitno ima nekaj opraviti s "privlačnostjo" telesa, okrog katerega poteka orbitiranje. □