9 Težnost

Teža in sile – Vzvodna tehtnica – Vzmetna tehtnica – Teža in prostornina – Telo na klancu – Sestavljanje sil – Navor sile in težišče – Delo in težna energija – Dvigalni stroji – Vodno kolo

9.1 Teža in sile

Kamen v roki

Kamen, ki ga položimo na dlan, je težek. Čutimo, kako tišči navzdol z neko *silo*; poimenujemo jo njegova *teža* F_{g}. Kaže, da je to sila, s katero ga Zemlja privlači k sebi. Če dlan spodmaknemo, začne namreč kamen padati. Dokler ga podpiramo, pa njegovi teži nasprotujemo z drugo silo, s silo dlani F_{r} nanj. Postuliramo, da sta v mirovanju obe sili (nasprotno) enaki:

$$F_{\mathrm{g}} = F_{\mathrm{r}}\,. \tag{9.1}$$

Od dveh kamnov, ki ju primemo vsakega v eno roko, se zdi eden težji od drugega. Rečemo, da ima večjo težo in drugi manjšo. Tako kamne primerjamo po teži, jih tehtamo.

Akcija in reakcija

Kamen, obešen na vrvici, miruje. Nanj deluje privlačna sila Zemlje F_{g} navzdol in sila vrvice F_{r} navzgor. Obe sili delujeta na isto telo – kamen, sta enako veliki in nasprotno usmerjeni. Taki dvojici sil bomo rekli *ravnovesni sili*. Je pa tudi res, da hkrati, ko vleče vrvica kamen navzgor s silo F_{12} (po velikosti enako F_{g}), vleče tudi kamen vrvico navzdol s silo F_{21} (po velikosti spet enako F_{g}). Tudi ti dve sili sta zato med seboj enako veliki in nasprotni, vendar delujeta na različni telesi, prva na kamen in druga na vrvico:

$$F_{12} = F_{21}\,. \tag{9.2}$$

Kadar torej deluje eno telo na drugo telo s silo, deluje hkrati tudi drugo telo na prvo telo z nasprotno enako silo. To je *zakon vzajemnega učinka*. Sili imenujemo *akcija* in *reakcija*. Rečemo lahko, da sile nastopajo v parih. Akcije in reakcije ne smemo zamenjevati z ravnovesno dvojico sil.

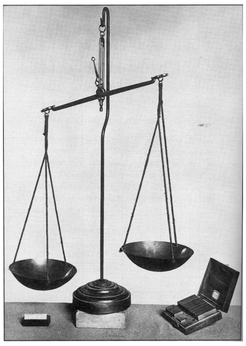
9.2 Vzvodna tehtnica

Ravnovesje tež

Tehtanje z rokami je nezanesljivo. Kot trgovci potrebujemo nekaj boljšega. Uporabimo na sredi podprt drog, *tehtnico*. Podporno točko poiščemo s poskušanjem tako, da je drog vodoraven. Merjenca nato obesimo na vsaki strani podpore pri enakih oddaljenostih. Če je tehtnica v ravnovesju, proglasimo, da sta obe teži enaki. Tako vpeljana teža se pokaže za tranzitivno: če je telo A enako težko kot telo B, in B enako kot C, potem je telo A tudi enako težko kot C. Vse skupaj je neodvisno od tega, iz kakšne snovi so telesa. Tudi se teža ne spreminja, če telo kakorkoli deformiramo. Spremeni se le, če mu dodamo ali odvzamemo kaj snovi.

Enota teže

Za merjenje teže potrebujemo še enoto. Proglasimo, da je to teža kubičnega decimetra – to je litra – vode v Greenwichu in jo poimenujemo *kilopond* (kp). Tisočkrat manjši enoti pa rečemo *pond* (p). Potem tehtamo tako, da merjenec uravnovesimo s potrebno količino vode, pri čemer postuliramo aditivnost teže. Seveda pa je bolj priročno, če namesto vode uporabimo kovinske uteži, ki smo jih predhodno umerili z vodo. Z različno velikimi tehtnicamo določamo teže med $1/10^6$ kp in 10^3 kp.



Slika 9.1 Vzvodna tehtnica – primerjalni merilnik dveh tež. Tehtnica je starodaven izum, poznali so jo že v Mezopotamiji. Prikazana je "lekarniška" tehtnica skupaj z utežmi, ki jo je uporabljal A. Lavoisier. (Musee des Artes et Metiers, Pariz)

Kako tehtamo

Če prazna tehtnica ni v ravnovesju, jo uravnovesimo s primernimi utežmi na lažji merilni posodici ali s posebno drsno utežjo na prečki. Ali sta kraka enako dolga, preverimo tako, da ju obremenimo z enakima utežema; tehtnica mora ostati v ravnovesju. Če kraka nista enako dolga, pa merimo takole zvito: na levo stran položimo merjenec in ga na desni uravnovesimo s pomožno težo, *taro*, recimo s posodo, v katero sipamo pesek. Potem merjenec odstranimo in na njegovo mesto položimo toliko uteži, da se uravnovesijo s taro.

9.3 Vzmetna tehtnica

Spremembe teže

Vzvodna tehtnica meri enakost dveh tež. Poskusi kažejo: če sta teži medsebojno enaki v nekem kraju, sta medsebojno enaki tudi drugod. Ali pa vsaka teža zase ostaja nespremenjena, ne vemo, dokler je ne izmerimo na kak drug, neodvisen način. To naredimo z raztezno vzmetjo, ki jo v poljubnem kraju umerimo z znanimi utežmi. Tako ugotovimo, da je – v okviru natančnosti na 1 odstotek – teža povsod po Zemljini površini enaka.

Slika 9.2 Vzmetna tehtnica – merilnik teže in drugih sil. Daljši ko je raztezek vzmeti, večja je sila. Tehtnico umerimo z znanimi utežmi. Prikazana je prozorna tehtnica za demonstracijske poskuse. (Anon)

9.4 Teža in prostornina

Specifična teža

Dve telesi, uravnovešeni na enakokraki tehtnici, imata enako težo, a se lahko razlikujeta po prostornini: bronasta utež je manj prostorna od kosa lesa, ki ga uravnoveša. Tudi obratno je res: dva kosa snovi z enako prostornino se v splošnem razlikujeta po teži. Rečemo, da ima telo manjšo ali večjo *specifično težo*

$$\sigma = \frac{F_g}{V} \,. \tag{9.3}$$

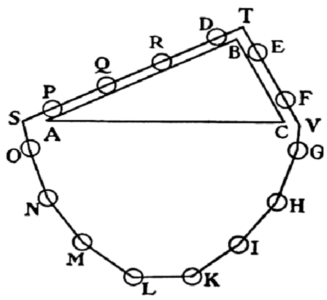
Enota zanjo je razvidna iz definicije, na primer kp/m^3.

Ko stehtamo kos snovi, dobimo njegovo "povprečno" specifično težo. Če je snov homogena, ima vsak njen del enako specifično težo kot celotni kos, sicer pa se lahko od nje razlikuje. Voda je homogena in ima po definiciji specifično težo 1 kp/dm^3. Železo je težje za faktor 7,8, baker za 8,9 in svinec za 11,3. Vse te snovi so "težje" od vode. "Lažji" od nje pa je, na primer, les.

9.5 Telo na klancu

Komponente teže

Voz, privezan za kol na vrhu klanca, vleče navzdol. Čim bolj je klanec strm, s tem večjo silo $F_{g\parallel}$ vleče voz za vrv; na ravnem klancu je ta sila enaka nič in na navpičnem je enaka njegovi teži F_g. Kolikšna je sila pri kotu α? Iskano silo bi lahko neposredno izmerili z vzmetno tehtnico pri različnih kotih. Vendar se nam porodi naslednji miselni poskus (STEVIN).



Slika 9.3 Veriga na klancu. Če ji odrežemo viseči del, ostane v ravnovesju. Vlečna sila členov vzdolž vsakega izmed obeh klancev je zato enaka. (Stevin, 1586.)

Na klanec višine h obesimo sklenjeno členasto verigo. Ta seveda miruje. Nato odstrižemo lok verige pod klancem; s tem ravnovesja ne porušimo. Če je desna stranica navpična, je skupna vleka levih členov vzdolž klanca kar enaka skupni vleki desnih členov navzdol, torej njihovi teži. Število členov vzdolž vsake stranice je sorazmerno z njunima dolžinama. Naj bo teža enega člena enaka F_g in naj vleče vzdolž klanca dolžine l s silo $F_{g\parallel}$. Potem velja $F_{g\parallel} \cdot l = F_{g\parallel} \cdot h/\sin\alpha = F_g\, h$, torej

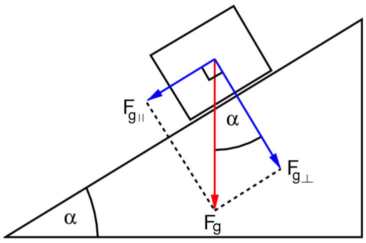
$$F_{g\parallel} = F_g \sin\alpha \,. \tag{9.4}$$

Poleg tega, da voz nateguje vrv vzporedno s klancem, tudi pritiska pravokotno na klanec s silo $F_{g\perp}$. Neizbežna je misel, da velja:

$$F_{g\perp} = F_g \cos\alpha\,. \tag{9.5}$$

Pravokotnik sil

Vidimo, da je teža voza *razstavljena* na dve med seboj pravokotni *komponenti*: pravokotno in vzdolžno. Vse tri sile si predstavljamo s puščicami, ki tvorijo *pravokotnik sil*. Dolžine puščic narišemo sorazmerne z velikostjo sil. Pretvorni faktor izberemo priročno, na primer 1 centimeter za 1 kilopond.



Slika 9.4 Voz na klancu. Na voz deluje teža navpično navzdol. Razstavljena je v dve komponenti: ena ($F_{g\parallel}$) vleče nizdol klanca in druga ($F_{g\perp}$) pritiska pravokotno nanj.

Velja pa seveda tudi obratno: težo voza lahko formalno obravnavamo kot *sestavljeno* iz obeh komponent in jo poimenujemo njuna *rezultanta*. Po hipotenuznem izreku (8.4) velja

$$F_g{}^2 = F_{g\parallel}{}^2 + F_{g\perp}{}^2\,. \tag{9.6}$$

Sila voza na klanec je spremljana z nasprotno silo klanca na voz; in sila voza na vrv je spremljana z nasprotno silo vrvi na voz. Rezultanta sile vrvi in sile klanca je nasprotno enaka teži voza, kakor tudi mora biti.

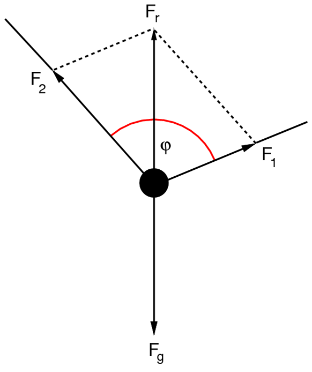
9.6 Sestavljanje sil

Obešeno telo

Če na voz privežemo še eno vrv in jo vlečemo pravokotno proč od klanca z ravno pravšnjo silo, postane klanec odveč in ga lahko odstranimo. Preostane voz, obešen na dveh medsebojno pravokotnih vrveh. Rezultanta sil vrvi je nasprotno enaka teži telesa in je določena z diagonalo pravokotnika sil.

Paralelogram sil

Kaj pa, če vrvi nista pravokotni, marveč tvorita kot φ? Nedvomno je tudi v primeru nepravokotnih vrvnih sil njuna rezultanta nasprotno enaka teži telesa, saj telo miruje; žal pa je ne moremo več izračunati po starem. Pa saj se rešitev ponuja kar sama: obe komponenti sedaj tvorita *paralelogram sil*, in njegova diagonala, če je kaj pravice na svetu, bi morala biti iskana rezultanta.



Slika 9.5 Na dveh vrveh obešeno telo. Sili vrvi sta sestavljeni v rezultanto po paralelogramskem pravilu in ta rezultanta je nasprotno enaka teži telesa.

Diagonalo izrazimo s pomočjo kosinusnega izreka (8.12) kot:

$$F_\mathrm{r}^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1F_2\cos\varphi\,. \tag{9.7}$$

Zapis velja le, če je kot φ oster. Če je kot φ top, mešani člen odštejemo, ne prištejemo: namesto $+\,2\,F_1F_2\cos\varphi$ pišemo $-\,2\,F_1F_2\cos(180° - \varphi)$. To je *paralelogramsko pravilo* za sestavljanje sil. Ima dva mejna primera, ki ju že poznamo: ko je kot enak 0°, se pravilo poenostavi v seštevanje dveh sil, ko pa je enak 90°, preide v hipotenuzno pravilo. Pravilo je torej "legalna" posplošitev starih spoznanj. Če je tudi "legitimna", pa preverimo in potrdimo z dejanskim merjenjem sil z vzmetnimi tehtnicami.

9.7 Navor sile in težišče

Sila in ročica

Utež na levi ročici tehtnice uravnoveša enaka utež na desni, enako dolgi ročici (pravzaprav je to definicija enakosti za uteži). Levo utež pa lahko uravnovesimo tudi z lažjo desno utežjo, če je ta obešena na daljši ročici. Poskus pokaže, da je takšna raznokraka tehtnica v ravnovesju, če velja

$$r_1F_{\mathrm{g}1} = r_2F_{\mathrm{g}2}\,. \tag{9.8}$$

To je *zakon vzvoda* (ARHIMED). Hkrati je to tudi izjava o legi podporne točke za sistem dveh uteži, nataknjenih na lahek drog. Z raznokrako tehtnico udobno merimo velike teže.

Slika 9.6 Raznokraka tehtnica. Razmerje dveh sil (tež) je obratno sorazmerno z razmerjem njunih ročic. Za tehtanje je zato dovolj ena sama premična utež. In tehtati je možno zelo velika bremena. Prikazana je tehtnica iz rimske dobe. (Musee du Louvre, Pariz)

Produkt ročice in nanjo pravokotne sile (teže ali vzmeti ali roke) je očitno pomemebna količina; poimenujemo jo *navor*:

$$M = rF_\perp\,. \tag{9.9}$$

Pogoj mirovanja

Navor poskuša zavrteti telo okrog osi, pravokotne na ročico in silo. Rečemo, da ima navor smer in si ga – tako kot ročico in silo – predstavljamo s puščico. Smer puščice definiramo kot gibanje desnega svedra, ko ročico zavrtimo v smeri sile. Obremenjen drog torej miruje, če je levosučni navor glede na os vrtenja enak desnosučnemu:

$$M_1 = M_2\,. \tag{9.10}$$

Povedano velja za togo telo poljubne oblike, vrtljivo okrog izbrane osi. Takšni so, na primer, različni vzvodi. Kadar na telo deluje več istosučnih navorov, se ti med seboj seštevajo.

Težišča teles

Ko prenašamo naokrog lopato, hitro ugotovimo, kje jo moramo zagrabiti z eno samo roko, da se ne prevesi na nobeno stran in jo lahko kakorkoli obrnemo, pa tako tudi ostane. To oprijemno točko imenujemo *težišče*. Očitno je to tista točka, glede na katero so težni navori iz vseh delov lopate medsebojno izničeni. Vsako telo ima težišče, le da je ponavadi skrito znotraj telesa in nedostopno za prijem.

Kako za dano telo ugotovimo, kje ima težišče? Kadar je telo "pravilne" oblike – recimo krogla, kvader, valj – in je homogeno, ima težišče v svojem središču. Drugače pa obesimo telo za poljubno obesišče in pustimo, da obvisi. Težišče je tedaj nekje navpično pod obesiščem. To navpično črto, *težiščnico*, nekako označimo na telesu. Potem telo obesimo še za drugo obesišče; obe težiščnici se nekje sekata in tam je težišče.

Telo, postavljeno na ravno ploskev, stoji pokonci le, če težiščnica prebada podporno ploskev. Čim širša je ta ploskev, tem bolj je telo *stabilno*: majhni nagibi ga ne prekucnejo. Rokoborca, ki drug drugemu rušita ravnotežje, zato stojita razkoračeno.

9.8 Delo in težna energija

Sila in pot

Ko voz, ki je težek F_g, rinemo po klancu strmine φ navzgor, premagujemo klancu vzporedno komponento teže $F_{\mathrm{g}\parallel}$ z nasprotno enako silo $F_\parallel = F_\mathrm{g}\sin\varphi$. Ko pridemo na vrh klanca, smo se dvignili za višino h in prehodili pot $s = h/\sin\varphi$. Velja

$$F_\parallel s = F_\mathrm{g} h\,, \tag{9.11}$$

in sicer za poljubno nagnjene, a enako visoke klance. Po bolj položnem klancu potiskamo pač z manjšo silo, a preko daljše poti. Očitno je produkt sile in poti, vzdolž katere sila deluje, tudi pomembna količina, in produkt teže ter višine telesa prav tako. Prvo količino poimenujemo *delo sile* in drugo *težno energijo* telesa:

$$\begin{aligned} A &= F_\parallel s \\ W &= F_\mathrm{g} h\,. \end{aligned} \tag{9.12}$$

Z vpeljanima definicijama zapišemo potem na kratko

$$A = \Delta W\,. \tag{9.13}$$

Delo in energija

Rečemo, da sila $F_\parallel$, ko dviguje telo, opravlja na njem delo. Za telo pa rečemo, da delo prejema. Rečemo tudi, da se prejeto delo naloži v telo in da se zaradi tega poveča njegova težna energija. Ta predstavlja nekakšno "zalogo" dela, ki ga dvignjeno telo ob ponovnem spustu oddaja v okolico: saj lahko preko vrvi dviga drugo telo. Težno energijo ima torej telo zaradi svoje dvignjene lege. Pravzaprav je bolj pravilno, če rečemo, da ima težno energijo sistem Zemlja-telo zaradi medsebojne povečane razdalje. Enota za delo je kpm – *kilopondmeter* – in za težno energijo prav tako.

Človek, ki rine voz po klancu navzgor, opravlja delo proti teži. Prav tako, ko iz vodnjaka z vrvjo dviguje vedro vode – z golimi rokami ali preko vretena z ročico, vitla. Čim daljša je ročica, s tem manjšo silo lahko vrti, a tem daljša pot vrtenja je potrebna. Tudi ko človek hodi po stopnicah navzgor, opravlja delo: sile mišic dvigujejo lastno telo. V vsakem primeru znamo povedati, koliko dela je bilo opravljenega na kakem telesu, in sicer kar na podlagi spremembe njegove težne energije. Pri tem pa je bistveno, da poteka gibanje počasi in enakomerno, ter da ni trenja. V nasprotnem primeru je opravljeno delo večje (saj je treba delati tudi proti sili trenja) kot sprememba težne energije.

Ohranitev energije

Rekli smo, da lahko dvignjeno telo spet spustimo po klancu nazaj, pri čemer nanj z vrvjo in preko vrtljivega kolesa, škripca, privežemo ustrezno težko drugo telo, da ga prvo telo dviguje navpično. Teža tega telesa mora znašati $F_\mathrm{g} \sin\varphi$, da sta obe telesi uravnovešeni in je gibanje enakomerno. Padajoče telo izgublja težno energijo, dvigajoče se telo pa jo pridobiva. Kolikršna je izguba prvega, tolikšen je dobitek drugega. Rečemo, da se težna energija ohranja. To pa velja le takrat, kadar razen tež ni prisotnih nobenih drugih sil, zlasti ne trenja.

Moč

Človek lahko dvigne vedro vode iz vodnjaka v krajšem ali daljšem času. Obakrat opravi enako delo, vendar v različnem času. Delo na časovno enoto poimenujemo *moč*:

$$P = \frac{A}{t} \,. \qquad (9.14)$$

Človek proizvaja moč 10 kpm/s preko nekaj ur in 100 kpm/s preko nekaj sekund. Konj dela več ur z močjo 75 kpm/s, ki jo zato tudi imenujemo *konjsko moč* (HP).

9.9 Dvigalni stroji

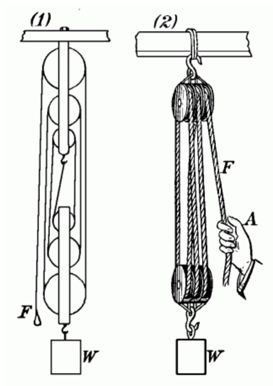
Potreba po dviganju težkih bremen je že stara in najstarejše priprave za dviganje so zato že dolgo znane. Pravzaprav so bile odkrite mnogo prej, preden smo sploh ugotovili, po kakšnih pravilih delujejo: to sta princip klanca (9.4) in vzvoda (9.8).

Vitel

Dviganju vode iz vodnjakov je namenjen že omenjeni *vitel*. To je vodoraven boben z ročico, na katerega se navija in odvija vrv z obešenim vedrom. Navor bremena glede na os bobna je enak navoru delovne sile preko ročice. Čim daljša je delovna ročica R in čim manjši je polmer bobna r, tem težja bremena lahko dvigamo: $F/F_\mathrm{g} = r/R$.

Škripec

Gradbeniki dvigujejo bremena na stavbe z že omenjenimi škripci. *Škripec* je obešeno kolo, okrog katerega teče vrv. Na enem koncu pritrdimo breme in ga z vlečenjem drugega konca dvigujemo. Navor bremena in navor delovne sile glede na os škripca sta enaka. Delovna sila je enaka teži bremena in škripec služi le za spreminjanje njene smeri: $F = F_g$.



Slika 9.7 Škripčevje. Zgornji škripci so pritrjeni in spodnji so gibljivi. Kolikor je škripcev (šest), tolikokrat je dvižna sila manjša od teže bremena. (Millikan, 1906)

Domiselna povezava več škripcev, vpetih v pritrjeno in gibljivo ogrodje, tvori *škripčevje*. Čim več gibljivih škripcev n ima škripčevje, tem manjša sila je potrebna za dvig bremena: $F/F_g = 1/2n$.

Vijak in matica

Dolg in ozek cilinder s spiralno zarezanimi grebeni in dolinami je *vijak*. Nanj lahko navijemo kratek in širok cilinder z luknjo, ki ima enake zareze kot vijak. To je *matica*. Vijak, ki se vrti znotraj matice, se pomika naprej ali nazaj. S takim vijakom lahko dvigamo bremena ali stiskamo sok iz grozdja in olje iz oliv, pri čemer vrtimo bodisi vijak bodisi matico z ustrezno ročico R, prav kakor pri vitlu. Vijak je pravzaprav klanec, zavit okrog cilindra. Pri enem zavoju se dvigne za h. Vrtenje matice po vijaku pa je dviganje bremena po klancu: $F/F_g = h/2\pi R$.

Slika 9.8 Vijačna stiskalnica za stiskanje oliv. V luknjo na vijaku vstavimo dolgo ročico. Pod vijakom namestimo posodo z olivami. (Anon)

Vsem naštetim pripravam, dvigalom, rečemo mehanski *delostroji*. Ti prejemajo in oddajajo delo. Če trenje ne moti preveč, sta prejeto in oddano delo enaka.

9.10 Vodno kolo

Opravljanje dela z mišicami je naporno, če nimamo človeških ali živalskih sužnjev. Pa saj lahko to dela reka! Vodni tok speljemo na vrh *vodnega kolesa* z lopaticami in teža dotekajoče vode ga obrača. Na os kolesa pritrdimo zobato kolo, ki obrača druga zobata kolesa. Nanje nato priključimo, na primer, mlinski kamen, da drobi pšenico v moko.

Slika 9.9 Vodno kolo. Obrača ga voda in vrtenje se preko zobatih koles prenaša na mlinske kamne, ki meljejo žito. (Norfolk Mills)

Uporaba koles

Izguba težne energije vode se pojavi kot delo sile, ki ga odvajajo kolesa. Kadar voda nima dovolj padca, moramo namesto nadlivnega kolesa uporabiti sredolivno ali podlivno kolo: potem voda ne obrača kolesa več toliko s svojo navpično težo, marveč s potisno silo, ki izhaja iz njenega vodoravnega gibanja. Krožno gibanje prenašamo naprej tudi z jermeni ali pa ga preko ekscentrično pritrjenega vzvoda spremenimo v premo nihanje; tako dobimo pogon za žago ali kovaški meh ali tkalske statve. Človek zagospodari nad naravo. □